[redacted]

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Rezultatul calculului $10+10:10$ este egal cu: **a)** 2 **b)** 9 **c)** 10 **d)** 11
5p	**2.** Dacă $b\neq 0$ și $\frac{a}{2}=\frac{10}{b}$, atunci $a\cdot b$ este egal cu: **a)** 2 **b)** 5 **c)** 10 **d)** 20
5p	**3.** Opusul numărului 5 este: **a)** -5 **b)** $-\frac{1}{5}$ **c)** $\frac{1}{5}$ **d)** 5
5p	**4.** Transformând numărul $1,3$ în fracție ordinară se obține: **a)** $\frac{1}{3}$ **b)** $\frac{13}{10}$ **c)** $\frac{4}{3}$ **d)** $\frac{13}{9}$

5p 5. Patru elevi, Ana, George, Radu și Elena, au calculat produsul numerelor $x = 2\sqrt{2}$ și $y = \frac{1}{2\sqrt{2}}$, iar rezultatele obținute sunt prezentate în tabelul de mai jos:

Ana	George	Radu	Elena
$4\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	1	8

Conform informațiilor din tabel, rezultatul corect a fost obținut de:

a) Ana
b) George
c) Radu
d) Elena

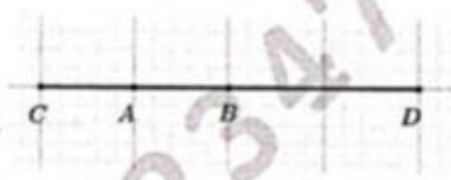
5p 6. Andrei are 28 de ani, iar Cătălina are 13 ani. Andrei afirmă: „Peste doi ani voi avea dublul vârstei pe care o va avea Cătălina.". Afirmația lui Andrei este:

a) adevărată
b) falsă

SUBIECTUL al II-lea
Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

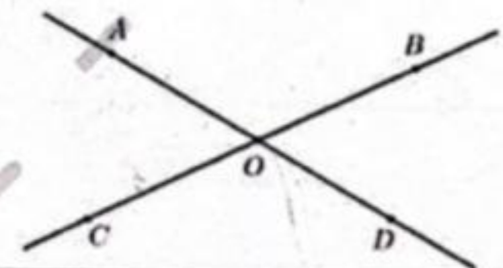
5p 1. În figura alăturată este reprezentat segmentul AB cu lungimea de $10\,\text{cm}$. Punctul A este mijlocul segmentului CB, iar punctul B este mijlocul segmentului CD. Lungimea segmentului CD este egală cu:

a) $10\,\text{cm}$
b) $20\,\text{cm}$
c) $30\,\text{cm}$
d) $40\,\text{cm}$



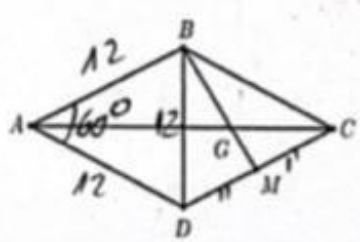
5p 2. În figura alăturată sunt reprezentate unghiurile opuse la vârf AOC și BOD. Măsura unghiului AOC este egală cu $60°$. Măsura unghiului BOD este egală cu:

a) $30°$
b) $60°$
c) $90°$
d) $120°$

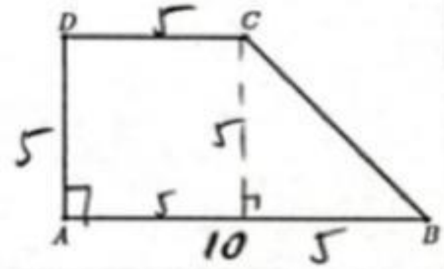


5p 3. În figura alăturată este reprezentat rombul $ABCD$ cu $AB = BD = 12\,\text{cm}$. Punctul M este mijlocul segmentului CD și dreapta BM intersectează dreapta AC în punctul G. Lungimea segmentului AG este egală cu:

a) $12\sqrt{3}\,\text{cm}$
b) $10\sqrt{3}\,\text{cm}$
c) $9\sqrt{3}\,\text{cm}$
d) $8\sqrt{3}\,\text{cm}$

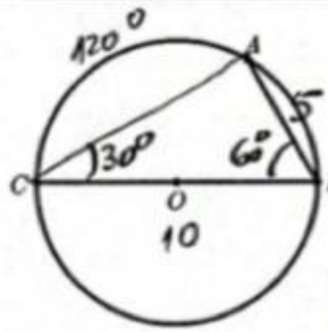


5p 4. În figura alăturată este reprezentat trapezul $ABCD$ cu bazele AB și CD, în care măsura unghiului BAD este egală cu 90°, $AD = DC = 5$ cm și $AB = 10$ cm. Măsura unghiului ABC este egală cu:



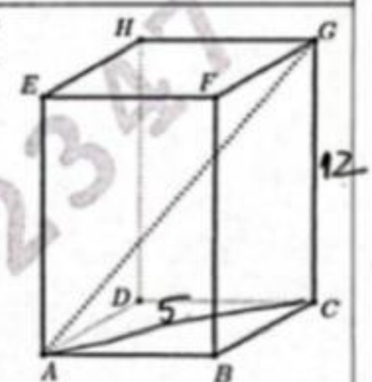
a) 30°
b) 45°
c) 60°
d) 90°

5p 5. În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O și diametru $BC = 10$ cm. Punctul A aparține cercului astfel încât măsura arcului mic AC este de 120°. Lungimea segmentului AB este egală cu:



a) 5 cm
b) $5\sqrt{2}$ cm
c) $5\sqrt{3}$ cm
d) 10 cm

5p 6. În figura alăturată este reprezentat paralelipipedul dreptunghic $ABCDEFGH$ cu $AB = 4$cm, $BC = 3$cm și $AE = 12$cm. Lungimea diagonalei AG a paralelipipedului este egală cu:



a) 5cm
b) 13cm
c) 14cm
d) 19cm

SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p 1. Ana, Maria și Vlad au în total 396 de timbre. Ana are cu 25 de timbre mai multe decât Maria și cu 16 timbre mai puține decât Vlad.

(2p) a) Poate avea Ana 132 de timbre? Justifică răspunsul dat.

$396 : 3 = 132$

Dacă Ana ar avea 132 de timbre => Vlad și Maria ar avea 264, ceea ce nu este adevărat pentru că $132-25+132+16 \neq 264$

=> Ana nu poate avea 132 timbre

(3p) b) Determină numărul de timbre pe care le are Vlad.

a = nr de timbre ale Ancăi
m = — // — ale Mariei
v = — // — Vlad.

$a + m + v = 396$
$a = m + 25 \Rightarrow m = a - 25$
$a = v - 16 \Rightarrow v = a + 16$
$\Rightarrow a + a - 25 + a + 16 = 396$
$3a = 396 - 16 + 25$
$3a = 405$
$a = 135$
$m = 135 - 25 = 110$
$v = 135 + 16$
$v = 151$

Vlad are 151 timbre

5p **2.** Se consideră expresia $E(x) = (x+1)^2 + 2(x-1)^2 - 3(x^2-1)$, unde x este număr real.

(2p) a) Arată că $E(x) = 6 - 2x$, pentru orice număr real x.

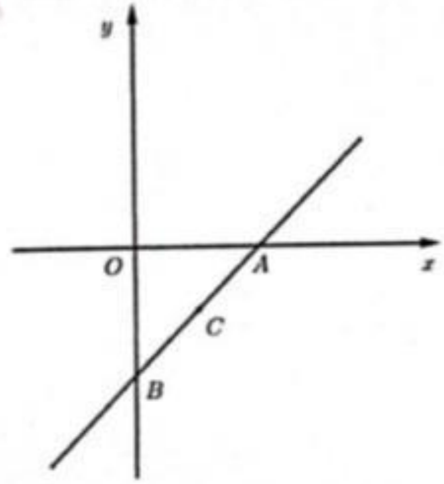
$E(x) = x^2 + 2x + 1 + 2(x^2 - 2x + 1) - 3x^2 + 3 =$
$= x^2 + 2x + 1 + 2x^2 - 4x + 2 - 3x^2 + 3 =$
$= -2x + 6$
$\Rightarrow E(x) = 6 - 2x$

(3p) b) Determină mulțimea numerelor reale x, pentru care $E(x) < x$.

$E(x) < x \Leftrightarrow 6 - 2x < x \Leftrightarrow 6 < 3x$
$\Leftrightarrow 2 < x \Leftrightarrow x > 2 \Leftrightarrow x \in (2, +\infty)$

5p **3.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-1$.

(2p) a) Arată că $f(0)+f(1)=-1$.



$f(0)=0-1=-1$
$f(1)=1-1=0$ $\Big\} \Rightarrow$

$\Rightarrow f(0)+f(1)=-1+0=-1$

(3p) b) Știind că A și B sunt punctele de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axele Ox, respectiv Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy, iar punctul C este mijlocul segmentului AB, calculează aria triunghiului OBC.

$A(x,0) \Leftrightarrow f(x)=0 \Leftrightarrow x-1=0 \Leftrightarrow x=1$

$\Leftrightarrow A(1,0)$

$B(0,y) \Leftrightarrow f(0)=y \Leftrightarrow -1=y \Leftrightarrow y=-1$

$\Leftrightarrow B(0,-1)$

$\Rightarrow \begin{rcases} OA=OB=1 \\ O=90^\circ \end{rcases} \Rightarrow \Delta AOB$ este dreptunghic isoscel

C este mijlocul lui AB $\Rightarrow$ OC mediana în ΔAOB

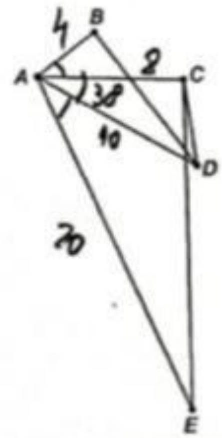
$\Rightarrow A_{\Delta OBC}=\dfrac{A_{\Delta OAB}}{2}$, pt că mediana împarte un Δ în două triunghiuri echivalente (de aceeași arie)

$A_{\Delta OAB}=\dfrac{OA\cdot OB}{2}=\dfrac{1\cdot 1}{2}=\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow A_{\Delta OBC}=\dfrac{1}{2}:2=\dfrac{1}{4}$.

5p 4. În figura alăturată sunt reprezentate punctele A, B, C, D și E astfel încât $AB = 4\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$, $AD = 10\text{cm}$ și $AE = 20\text{cm}$. Măsura unghiului BAC este egală cu măsura unghiului DAE și $\sphericalangle CAD = 30°$.

(2p) a) Arată că aria triunghiului CAD este egală cu 20 cm^2.



$CA = 8cm$
$AD = 10cm$
$\widehat{CAD} = 30°$

$\Rightarrow A_{\Delta CAD} = \frac{AC \cdot AC \cdot \sin \hat{A}}{2} = \frac{8 \cdot 10 \cdot \sin 30°}{2} = 40 \cdot \sin 30° = 40 \cdot \frac{1}{2} = 20cm^2$

(3p) b) Demonstrează că $CE = 2 \cdot BD$.

$AB = 4cm,\ AC = 8cm \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}$

$AD = 10cm,\ AE = 20cm \Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{1}{2}$

$\widehat{BAD} = \widehat{BAC} + \widehat{CAD} = \widehat{BAC} + 30°$

$\widehat{CAE} = \cancel{\widehat{DAE}} + \widehat{CAD} = \widehat{DAE} + 30°$ $\Rightarrow \widehat{BAD} \equiv \widehat{CAE}$ $\Rightarrow$

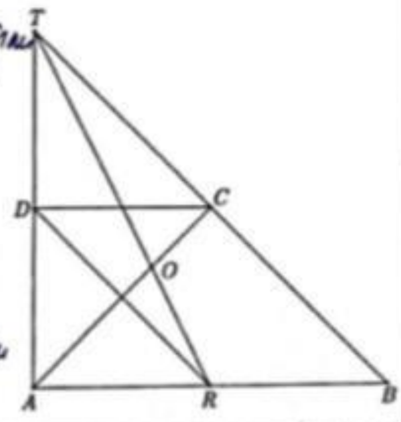
$\widehat{DAE} = \widehat{BAC}$

$\Rightarrow \Delta BAD \sim \Delta CAE \Rightarrow \frac{BD}{CE} = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow CE = 2BD$

5p **5.** În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $\sphericalangle ABC = 45^\circ$ și $AD = CD = 10$ cm. Paralela prin D la dreapta BC intersectează dreapta AB în punctul R. Dreptele AD și BC se intersectează în punctul T și O este punctul de intersecție a dreptelor TR și AC.

(2p) a) Arată că punctul R este mijlocul segmentului AB.



$DR \parallel CB$, $CD \parallel RB$ (trapez) $\Rightarrow DCBR$ paralelogram

$\Rightarrow DC = RB = 10$ cm

$\hat{A} = 90^\circ$

$\widehat{DRA} = \widehat{CBR} = 45^\circ$ (corespondente $DR \parallel CB / AB$)

$\Rightarrow \triangle ARD$ dr. is $\Rightarrow AR = AD = 10$ cm

$\Rightarrow R$ este mijl. lui AB

(3p) b) Calculează lungimea segmentului TO.

$\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{B} = 45^\circ$ $\Rightarrow \widehat{ATB} = 45^\circ$

$\Rightarrow \triangle ATB$ dr. is

$AD = DC = 10$ cm, $\hat{D} = 90^\circ$ $\Rightarrow \triangle ADC$ dr. is $\Rightarrow \widehat{DAC} = 45^\circ$

$\Rightarrow \widehat{CAB} = 45^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow AC$ bis, $\triangle ATB$ is $\Rightarrow AC$ mediană în $\triangle ATB$

TR = mediană în $\triangle ATB$ (a)

$\Rightarrow O$ este centrul de greutate al $\triangle ATB$

$\Rightarrow TO = \frac{2}{3} TR$

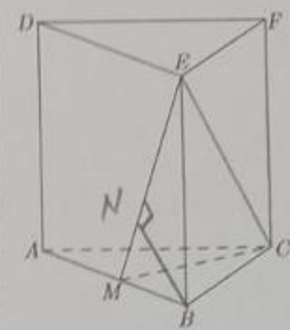
În $\triangle ATR$, $\hat{A} = 90^\circ$, $AR = 10$ cm, $AT = 20$ cm (DC l.m. în $\triangle TAB$)

$\Rightarrow TR^2 = AR^2 + AT^2 \Rightarrow TR = \sqrt{100 + 400} = 10\sqrt{5}$

$\Rightarrow TO = \frac{2}{3} \cdot 10\sqrt{5} = 20\sqrt{5}$

5p **6.** În figura alăturată este reprezentată prisma dreaptă $ABCDEF$ cu baza triunghiul echilateral ABC și $AB = AD = 10$ cm. Punctul M este mijlocul segmentului AB.

(2p) a) Arată că volumul prismei $ABCDEF$ este egal cu $250\sqrt{3}$ cm^3.



$V = A_b \cdot h$

$A_b = \frac{l^2\sqrt{3}}{4} = \frac{100\sqrt{3}}{4} = 25\sqrt{3}\,cm^2$

$\Rightarrow V = 25\sqrt{3} \cdot 10 = 250\sqrt{3}\,cm^3$

(3p) b) Demonstrează că distanța de la punctul B la planul (EMC) este egală cu $2\sqrt{5}$ cm.

Construim $BN \perp EM$.

$\left.\begin{array}{l} CM \perp AB \\ CM \perp EB \ (EB \perp (ABC) \Rightarrow EB \perp CM) \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\left.\begin{array}{l} CM \perp (ABE) \\ BN \subset (ABE) \end{array}\right| \Rightarrow CM \perp BN$

$\left.\begin{array}{l} BN \perp EM \\ BN \perp CM \end{array}\right\} \Rightarrow BN \perp (ECM)$

$BN = h$ in Δ dr. MBE

$\Rightarrow BN = \frac{MB \cdot BE}{EM} = \frac{5 \cdot 10}{\sqrt{25+100}} = \frac{\cancel{5} \cdot 10}{\cancel{5}\sqrt{5}} =$

$= \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$ cm.

A doua var.: V_{EMBC} în 2 moduri