



**OLIMPIADA SATELOR DIN ROMÂNIA**  
**ETAPA NAȚIONALĂ 18.05.2019**  
**CLASA a VII-a**

**Problema 1.(7 puncte)**

a) Arătați că  $(a + b - 1)^2 \in \mathbb{N}$ , unde  $a = \sqrt{5 + \sqrt{2} + \sqrt{6 - 4\sqrt{2}}}$  și

$$b = \sqrt{\sqrt{3} - 1 + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}}.$$

b) Știind că  $x - \frac{1}{x} = 2$ , calculați  $x^4 + \frac{1}{x^4}$ ,  $x \in \mathbb{R}^*$ .

**Problema 2.(7 puncte)**

Toți elevii clasei a VII-a A au participat la olimpiadele școlare astfel: 16 elevi au participat la matematică sau fizică, 11 la fizică sau limba română, 9 la limba română sau istorie și 10 la istorie sau limba engleză. Se știe că fiecare elev a participat la o singură olimpiadă, iar la fizică și limba engleză au participat același număr de elevi. Aflați câți elevi sunt în clasa a VII-a A și câți elevi au participat la fiecare disciplină.

**Problema 3.(7 puncte)**

În triunghiul ABC,  $AB=13$  cm,  $BC=14$  cm,  $AC=15$  cm. Fie punctele  $M \in (AB)$ ,  $N \in (BC)$ ,  $P \in (AC)$ , astfel încât  $AM=3$ cm,  $BN=4$ cm,  $CP=5$ cm. Arătați că aria triunghiului MNP este mai mică de  $33\text{cm}^2$ .

**Problema 4.(7 puncte )**

În dreptunghiul ABCD știm că  $AB = 3AD$  și  $\mathcal{A}_{ABCD} = 12\text{cm}^2$ ,  $\{O\} = AC \cap BD$ . Prelungim segmentul BC cu  $BT=CB$  și fie  $\{M\} = TO \cap BA$ .

- Calculați perimetrul dreptunghiului și aria triunghiului TOC;
- Demonstrați că  $AT \parallel OB$ ;
- Determinați măsura unghiului  $\sphericalangle BMC$ .

**Toate subiectele sunt obligatorii.**

**Timp efectiv de lucru - 2 ore.**

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine”

Anton Pann